

基于统计特性的小波噪声抑制在低剂量 CT 中的应用

王东明^{1),2)} 卢虹冰¹⁾ 张军英²⁾ 刘欣¹⁾

¹⁾(第四军医大学计算机应用教研室,西安 710032) ²⁾(西安电子科技大学计算机系,西安 710072)

摘要 较高的照射剂量限制了 X 线断层成像 (computed tomography, CT) 技术在筛查及体检中的应用,目前临床常采用降低剂量的解决方案,但 CT 图像质量亦有明显下降。为提高低剂量 CT 的重建质量,提出了一种基于投影数据统计特性的小波去噪算法。通过分析低剂量投影数据的噪声特性,发现在投影域其噪声均值和方差接近非线性高斯分布,根据非平稳噪声在平稳小波域中的性质,结合贝叶斯估计方法对小波系数进行基于最小均方误差的自适应滤波,实现了图像信噪分离的目的。滤波完成后,采用常规滤波反投影 (FBP) 法重建 CT 图像。较传统算法,该方法具有较高的信噪比,实验结果表明,该算法能够有效地抑制噪声,且较好地保留图像细节。

关键词 X 线断层成像 投影域 图像去噪 小波变换 贝叶斯估计

中图法分类号:TP391.41 TN911.73 文献标识码:A 文章编号:1006-8961(2008)05-0876-06

Statistically-based Wavelet Denoising for Low-dose CT Sinogram

WANG Dong-ming^{1),2)}, LU Hong-bing¹⁾, ZHANG Jun-ying²⁾, LIU Xin¹⁾

¹⁾(Department of Computer Application/BME, Fourth Military Medical University, Xi'an 710032)

²⁾(College of Computer Application, Xidian University, Xi'an 710072)

Abstract The high radiation dosage of computed tomography limits its further applications to mass screening. Clinically, low-dose protocol has been used in data acquisition for this situation. This will increase the image noise and degrade the image quality, and thus result in difficulties in diagnosis. To improve the image quality of low-dose CT, a statistically-based wavelet denoising method in sinogram domain is proposed. The noise properties of low-dose projection data were first analyzed and modeled. It could be regarded as approximately Gaussian distributed with a nonlinear signal-dependent variance. Then the property of non-stationary noise in the stationary wavelet domain was analyzed, and the wavelet coefficients were reconstructed with the adaptive filtering based on minimum mean-squared error combined with Bayesian estimation for an optimal noise treatment. After proposed sinogram filtering, the image was reconstructed using the conventional filtered backprojection (FBP) method. Experimental results have shown that the algorithm is effective in removing noise while maintaining the diagnostic image details.

Keywords computed tomography, sinogram domain, noise reduction, wavelet transform, Bayesian estimation

1 引言

自 20 世纪 70 年代 CT 问世以来,在人类疾病防治及延长平均寿命方面取得了巨大的成就,但照射剂量偏高限制了 CT 在普通人群和高危人群筛查中的应用。为解决这一问题,1990 年 Naidich^[1]首次提出了

低剂量 CT 的概念,降低管电流可使受检者的辐射剂量相应下降,但图像质量亦有明显下降。为了提高重建图像的质量,近年来分别对 CT 噪声的功率谱特性及重建图像中的噪声滤除进行了研究,但基于投影域的滤波比较少见,由于 CT 图像由投影数据重建而来,其噪声特性受重建算法的影响,为避免不同 CT 设备重建算法不同产生的误差,本文工作主要在投影域进

基金项目:国家自然科学基金项目(30470490);教育部留学回国人员启动基金项目(HG2506)

收稿日期:2006-07-11;改回日期:2006-12-26

第一作者简介:王东明(1983 ~),男。2006 年于西安电子科技大学获计算机应用技术专业硕士学位。主要研究方向为医学图像处理。

E-mail:luhb@fmmu.edu.cn

行,通过为投影数据建立噪声模型,并在此基础上设计有效的滤波算法,以获得近似无噪声的投影数据,再利用滤波反投影(FBP)重建 CT 图像。

小波分析由于其良好的时频局部特性被广泛地应用在图像处理 and 模式识别领域中。本文在对低剂量 CT 投影数据噪声进行分析的基础上,利用多分辨率小波变换的时-频特性,提出了一种小波系数局部自适应 WCLA (wavelet coefficient local adaptive) 方法,通过贝叶斯估计自适应确定新小波系数,以提高图像信噪比,去除投影数据中的噪声。

2 噪声分析及 WCLA 算法设计

小波分析方法^[2-4]是一种窗口大小固定但其时间窗和频率窗形状均可改变的时频局部化分析方法,同时其变尺度特性使得小波变换对信号具有一种“集中”的能力。通常信号的能量在小波变换域集中于少数系数上,而噪声同信号小波变换系数分布规律相反,分布广,幅度低。为探讨低剂量 CT 投影数据在小波域的噪声分布特性,首先对投影数据的噪声特性进行了分析。

2.1 CT 投影数据噪声特性

为获得低剂量投影数据的噪声特性,用 GE 公司 4 层螺旋 CT 对 GE QA (quality assurance) 模型进行了扫描。扫描时模型置于系统 FOV 中心,系统配置为电压 120 kVp,电流 20 mA,层厚 1.25 mm,探测器 888 个。系统在一固定角度采样 900 次,获得的数据经系统校准及对数变换后输出。对上述投影数据进行噪声分析的结果表明,投影数据内的噪声近似高斯分布,如图 1 所示,且其均值与方差呈非线性关系,如图 2 所示。通过以上实验可以看出,每个投影数据都受到了非平稳高斯噪声的污染。

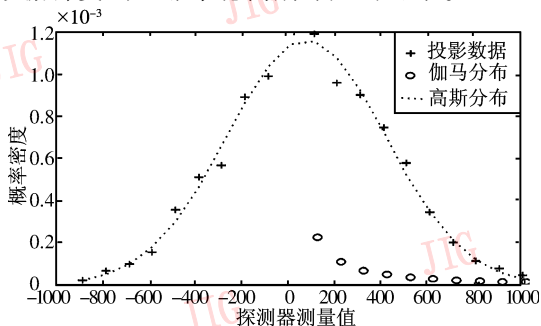


图 1 在固定角度重复采样得到的 1 个探测器的概率密度分布

Fig. 1 The probability density function of a detector bin acquired repeatedly at a fixed angle

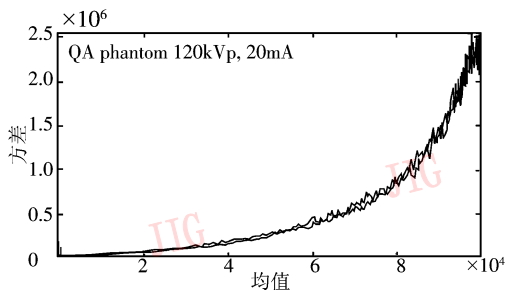


图 2 投影数据均值与噪声方差关系 (20mA, 120kVp)
Fig. 2 The mean-variance curve of sinogram data (20mA, 120kVp)

2.2 平稳小波变换

平稳小波变换^[5]是在正交小波变换基础上提出的一种小波变换方式,可弥补正交小波变换的不足,使尺度分解结果的长度和原始数据保持一致,具备时移不变性。利用平稳小波变换对图像进行降噪处理,可以较好地抑制正交小波处理带来图像信号的 Gibbs 振荡现象,使消噪后的图像信号保持较好的边缘特征和视觉效果。

选择正交小波滤波器对 2 维图像信号按图 3 方式进行多层平稳小波变换。其中, H_j 和 L_j 分别为在第 j 层的高通和低通滤波器。 LL_0 是原始图像,将第 j 层的输出 LL_j 作为第 $j+1$ 层的输入,其中 H_j 和 L_j 分别为 H_{j-1} 和 L_{j-1} ($j > 1$) 的隔点补零插值结果(如图 3 所示)。图 3 中 LL_{j+1} 为平稳小波变换后的低频逼近图像信号; LH_{j+1} , HL_{j+1} 和 HH_{j+1} 分别为水平、垂直及对角方向的高频细节图像信号。由于在平稳小波分解时没有进行下抽样,形成的低频逼近图像和高频细节图像的大小和原始图像大小相同。

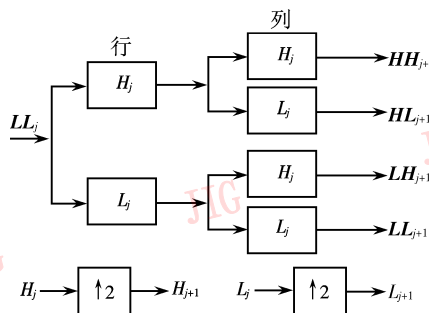


图 3 2 维图像信号的平稳小波分解

Fig. 3 Stationary wavelet decomposition of a 2D image

2.3 平稳小波变换域中非平稳噪声特性分析

如前所述,低剂量 CT 的投影数据受到较强非平稳高斯噪声的污染,由于噪声小波分解后在不同

子带图像中的贡献不同,将通过仿真实验对非平稳噪声在平稳小波变换域中的特性进行分析。仿真实验中,首先根据图 4 所示零均值非线性方差分布图,生成相应的非平稳噪声图像,如图 5 所示,然后对噪声图像进行平稳小波分解,统计分析小波域内噪声的分布特性。应用正交小波基“sym2”,重复上述实验 10 000 次,得到以下结论:

(1) 非平稳噪声图像中的零均值高斯随机噪声,在平稳小波域中的分布仍近似为高斯分布,如图 6 所示。

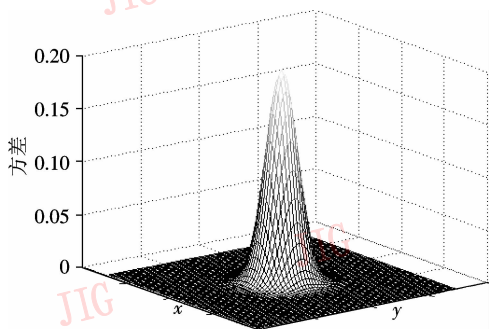


图 4 非平稳噪声方差的空间分布图

Fig. 4 The spatial distribution of non-stationary noise variance

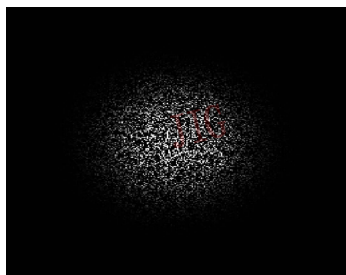


图 5 相应的非平稳噪声

Fig. 5 The non-stationary noise simulated

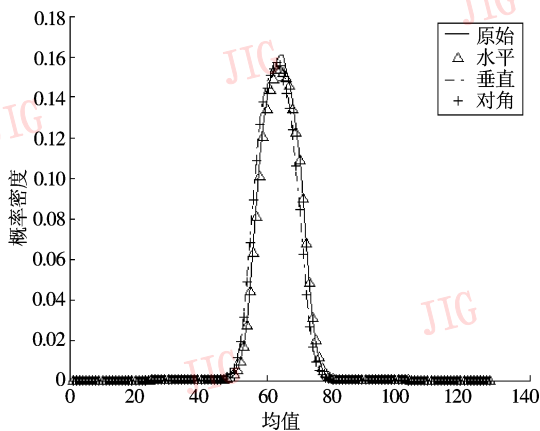


图 6 小波域图像上随机点的概率分布

Fig. 6 The probability distribution of a random pixel in wavelet domain

(2) 平稳小波域噪声方差与非平稳噪声图像中相应点的噪声方差近似相等,如图 7 所示。

上述分析结果表明,非平稳噪声在正交小波域中,其统计特性(包括均值和方差)及空间分布基本不变,因此可以利用 2.1 节中获得的噪声特性,在小波域进行自适应滤波,有效抑制 CT 图像中的噪声。

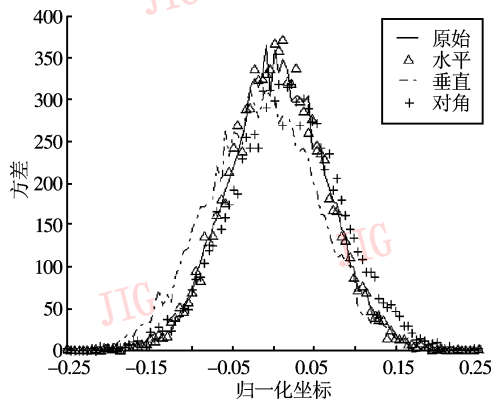


图 7 小波域内图像中一行的平均方差分布

Fig. 7 Average variance distribution of a line in the simulated image in wavelet domain

2.4 基于贝叶斯估计的 WCLA 滤波

假定图像的观测方程为

$$f_n(x, y) = f(x, y) + n(x, y) \quad (1)$$

式中, $f_n(x, y)$ 为观测图像, $f(x, y)$ 为理想图像,而 $n(x, y)$ 为均值为零且方差为 $\sigma_n^2(x, y)$ 的高斯噪声。对其做小波变换后,观测方程变为

$$WT(f_n(x, y)) = WT(f(x, y)) + WT(n(x, y)) \quad (2)$$

由上节分析,投影数据中的非平稳噪声经正交小波变换后,其统计特性及空间分布基本不变,即 $WT(n(x, y)) \cong n(x, y)$,因此式(2)可写为

$$WT(f_n(x, y)) \cong WT(f(x, y)) + n(x, y) \quad (3)$$

设理想图像的小波系数为条件独立的零均值高斯随机变量 $N(0, \sigma_{(x,y)}^2)$,可通过观测图像的局部小波系数得到局部方差 $\sigma_{(x,y)}^2$ 的最大似然估计^[4],如下式所示:

$$\hat{\sigma}_{(x,y)}^2 = \max \left\{ 0, \frac{1}{|N_{(x,y)}|} \sum_{(p,q) \in N_{(x,y)}} [WT(p, q)]^2 - \sigma_n^2(x, y) \right\} \quad (4)$$

式中, $N_{(x,y)}$ 表示点 (x, y) 的邻域, $|N_{(x,y)}|$ 表示该邻域内包含的元素个数。

在估计信号方差时用到了点 (x, y) 的噪声

方差 $\sigma_n^2(x, y)$, 由于投影域中图像的变化较缓慢, 因此通过对观测图像进行均值滤波后得到较为平滑的去噪图像, 再根据 2.1 节中获得的投影数据均值-方差分布计算得到位置 (x, y) 处的噪声方差。

在得到噪声和局部小波系数的方差估计之后, 可得理想小波系数的贝叶斯估计^[6]如下所示:

$$WT(\hat{f}(x, y)) = \frac{\hat{\sigma}_{(x, y)}^2}{\hat{\sigma}_{(x, y)}^2 + \sigma_n^2(x, y)} WT(f_n(x, y)) \tag{5}$$

2.5 基于统计特性的 WCLA 去噪算法步骤

(1) 对获得的投影图像进行均值滤波, 得到投影数据的均值估计;

(2) 根据均值与方差关系估计投影图像的噪声方差 $\sigma_n^2(x, y)$;

(3) 采用正交小波基对含噪图像进行平稳小波

分解, 一般分解到 4 层即可;

(4) 根据式(5)分别对不同分解层的水平、垂直和对角的小波系数进行基于贝叶斯估计的自适应噪声滤波;

(5) 利用新的小波系数进行平稳小波重建, 得到除噪后的投影数据;

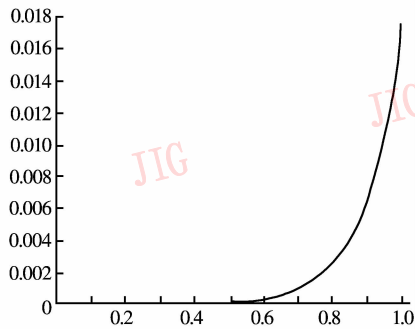
(6) FBP 重建 CT 图像。

3 实验与结论

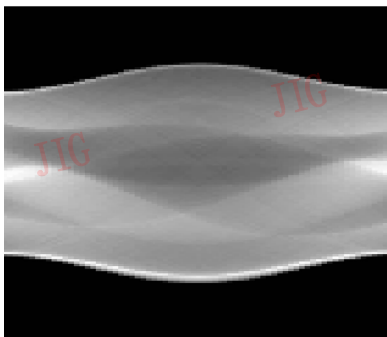
为了检验算法的有效性, 首先对模拟投影数据进行了处理。实验中采用图 8(a) 所示 Shepp-Logan 模型, 其理想投影数据如图 8(c) 所示; 在理想投影数据中加入均值-方差关系如图 8(b) 所示的非平稳噪声信号, 得到如图 8(d) 所示的有噪图像。



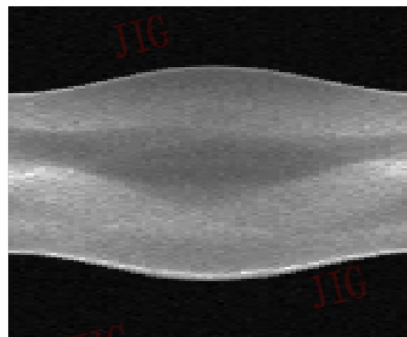
(a) Shepp-Logan模型



(b) 非平稳噪声的均值-方差关系(均为归一化强度)



(c) 无噪投影数据



(d) 有噪投影数据

图 8 仿真实验体模

Fig. 8 Digital phantom used for simulation

对带有非平稳噪声的投影域图像分别采用均值滤波、中值滤波、维纳滤波和本文的 WCLA 法进行去噪, 得到的滤波效果如图 9 所示。从图

中可以看出, 相较于其他传统的去噪算法, 利用 WCLA 法进行投影域滤波后得到的重建图像具有较好的去噪效果, 并在一定程度上保持了边

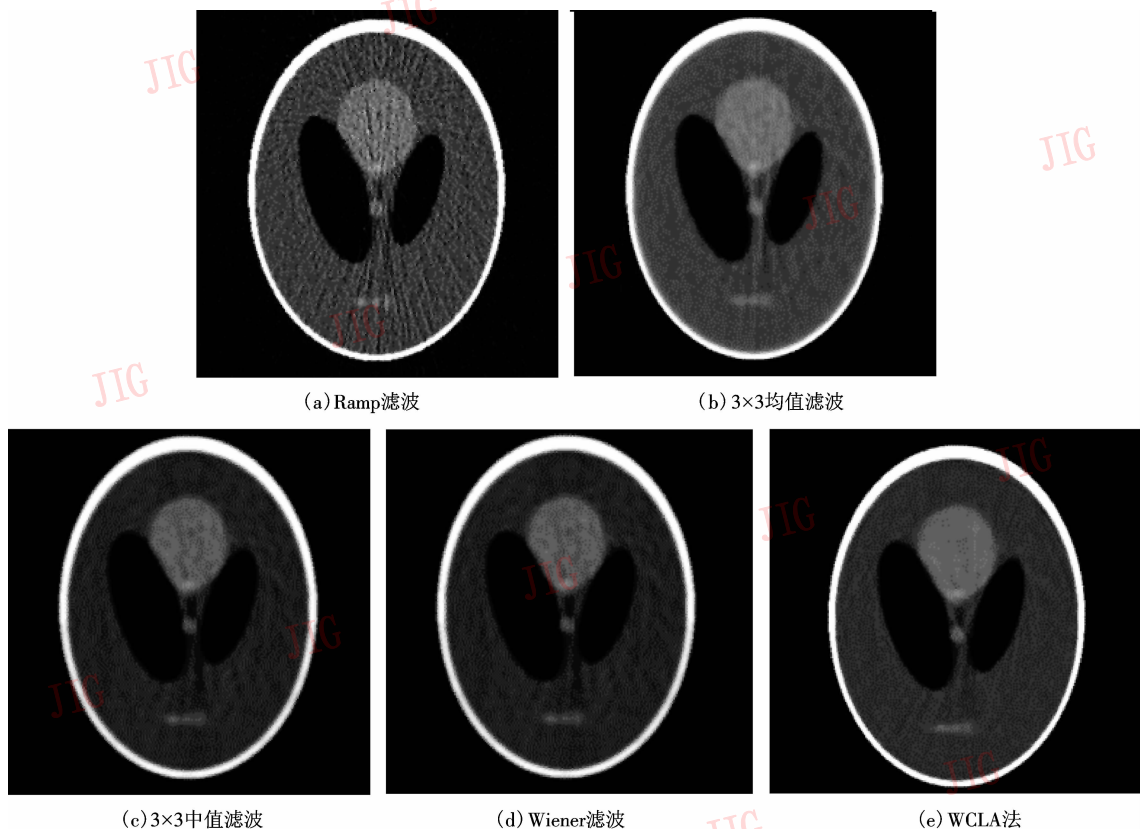


图 9 FBP 重建图像

Fig. 9 Reconstructed images with FBP

缘。将以上几种方法分别应用于不同噪声强度的投影图像去噪,其除噪效果的比较如表 1 所示。其中,PSNR 表示降噪后得到图像的信噪比,其定义如下:

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \left(\frac{255^2}{\text{MSE}} \right) \quad (6)$$

$$\text{其中, } \text{MSE} = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (X(i,j) - P(i,j))^2 \quad (7)$$

式中, M, N 分别表示图像的宽度和高度, $X(i, j)$ 表示理想(无噪)图像, $P(i, j)$ 表示噪声图像或经过去噪处理的图像。

表 1 不同噪声强度下 PSNR 结果比较

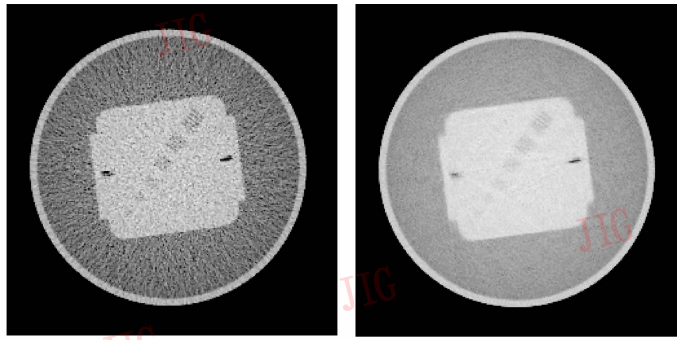
Tab. 1 Comparison of PSNR with different filters under various noise levels

	1 倍*	2 倍	3 倍	4 倍
均值滤波	33.96	31.67	30.96	29.93
中值滤波	32.38	32.51	30.98	30.07
维纳滤波	34.26	31.98	29.31	28.39
WCLA 法	37.53	36.43	34.64	33.57

注:表示向图中添加了 n 倍于图 8(b) 所示噪声方差的非平稳噪声。

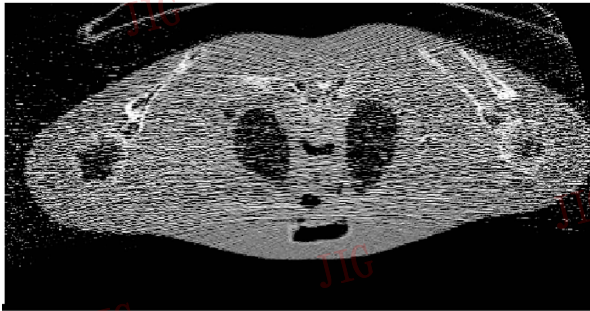
将本文方法应用于实际投影数据的结果如图 10 所示,实验中采用了两个体模,一为 GE 公司的 QA 模型,如图 10(a) 所示,一为拟人化肩部模型,如图 10(c) 所示,扫描参数均为电压 120 kVp,电流 20mA。图 10 中(a)、(c) 为实际获得的投影数据的直接 FBP 重建图像;(b)、(d) 则为根据 2.1 节得到的噪声均值-方差关系(如图 2 所示),应用本文方法在投影域滤波后得到的重建图像。

从上述模拟和实际投影数据的实验结果可以看出,本文提出的基于统计特性的小波去噪方法能够有效地抑制非平稳噪声。该方法用于低剂量 CT 投影数据的去噪,可充分利用数据的噪声统计特性^[7]及小波变换的时频局部特性,不仅提高了图像的信噪比,而且保持了图像的边缘和纹理特性。这种新的自适应多分辨小波变换很容易扩展到普通图像的消噪上,也可应用于图像处理的其他方面,如数据压缩、图像检测和分割等。



(a) QA模型FBP重建

(b) WCLA去噪后QA重建结果



(c) 肩部模型FBP重建



(d) WCLA去噪后肩部模型重建结果

图 10 实际体模的重建结果

Fig. 10 Reconstructed images of two physical phantoms

参考文献 (References)

- 1 Naidich D, Marshall C, Gribbinc A, *et al.* Low dose CT of the lungs: preliminary observations [J]. *Radiology*, 1990, **175**(6): 729 ~ 731.
- 2 Mallat S. Theory for multi-resolution signal decomposition: The wavelet representation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1989, **11**(7): 674 ~ 693.
- 3 Donoho D. Denoising by soft-thresholding [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1995, **41**(3): 613 ~ 627.
- 4 Mihcak M, Kozintsev I, Ramchandran K, *et al.* Low-complexity image denoising based on statistical modeling of wavelet coefficients [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 1999, **6**(12): 300 ~ 303.
- 5 Nason G, Silverman B. The stationary wavelet transform and somestatistical applications in wavelet and statistics [A]. In: *Lecture Notes in Statistics [M]*, Berlin, Germany: Springer Verlag, 1995: 281 ~ 299.
- 6 Simoncelli E, Adelson E. Noise removal via Bayesian wavelet coring [A]. In: *Proceedings of 3rd IEEE International. Conference on Image Processing [C]*, Lausanne, Switzerland, 1996: 379 ~ 382.
- 7 Lu H, Li X, Hsiao I, Liang Z. Analytical noise treatment for low-dose CT projection data by penalized weighted least-square smoothing in the K-L domain [A]. In: *Proceedings of SPIE Medical Imaging 2002 [C]*, San Diego, California, USA, 2002, **4682**: 146 ~ 152.